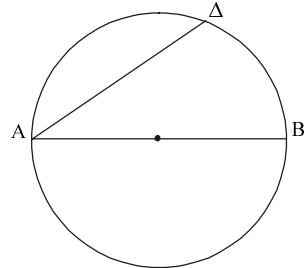


### **Ερωτήσεις ανάπτυξης**

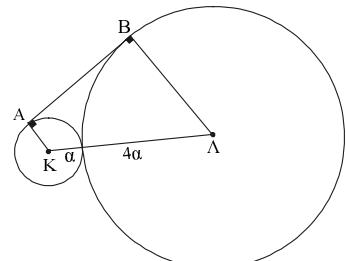
- 1.** \*\* Σε ισοσκελές τρίγωνο  $ABC$  με κορυφή το  $A$ , έχουμε  $BG = 4 \text{ cm}$  και  $AB = 7 \text{ cm}$ . Να υπολογίσετε:
  - i. Το ύψος  $AH$
  - ii. Το ύψος  $BK$
  
- 2.** \*\* Σε ένα τετράγωνο  $ABCD$  ισχύει  $AB + AD = 2 + \sqrt{2}$ . Να υπολογίσετε:
  - i. Την πλευρά  $AB$
  - ii. Τη διαγώνιο  $AC$
  
- 3.** \*\* Ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) είναι περιγεγραμμένο σε κύκλο  $(O, r)$ . Αν η πλευρά  $AB = 16 \text{ cm}$  και η ακτίνα  $r = 4 \text{ cm}$ , να υπολογίσετε:
  - i. Την πλευρά  $BG$  του τριγώνου
  - ii. Την πλευρά  $AG$  του τριγώνου
  
- 4.** \*\* Ισόπλευρο τρίγωνο  $ABC$  έχει ύψος  $AH$ . Αν ισχύει  $BG - AH = 12 \text{ cm}$ , να υπολογίσετε:
  - i. Την πλευρά του
  - ii. Το ύψος του ν
  
- 5.** \*\* Αν σε τρίγωνο  $ABC$  ισχύει  $a^2 = \beta^2 + \gamma^2$ , να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές  $5\alpha, 5\beta, 5\gamma$  είναι τρίγωνο ορθογώνιο.
  
- 6.** \*\* Η διαφορά των τετραγώνων των δύο πλευρών τριγώνου ισούται με τη διαφορά των τετραγώνων των προβολών τους πάνω στην τρίτη πλευρά.

7. \*\* Στο διπλανό σχήμα η  $AB$  είναι διάμετρος του κύκλου και η  $A\Delta$  τυχαία χορδή του. Να δείξετε ότι η  $A\Delta$  είναι μέση ανάλογος της διαμέτρου  $AB$  και της προβολής της πάνω στη διάμετρο  $AB$ .



8. \*\* Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  φέρνουμε το ύψος  $B\Delta$ . Να δείξετε ότι:
- $$(AB)^2 + (B\Gamma)^2 + (A\Gamma)^2 = (\Gamma\Delta)^2 + 2(A\Delta)^2 + 3(B\Delta)^2.$$

9. \*\* Δύο κύκλοι με ακτίνες  $a$  και  $4a$  εφάπτονται εξωτερικά, όπως στο σχήμα. Αν  $AB$  είναι η κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων:



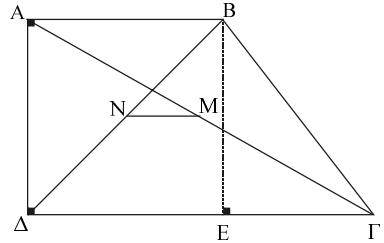
- i. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο  $AKLB$  είναι τραπέζιο.
- ii. Να υπολογίσετε το μήκος  $AB$  συναρτήσει του  $\alpha$ .

10. \*\* Δίνεται ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς  $a$ . Να υπολογίσετε συναρτήσει του  $a$ :
- i. Το ύψος του  $v$
  - ii. Το ύψος  $v'$  του ισόπλευρου τριγώνου, που η πλευρά του είναι ίση με το ύψος  $v$  του πρώτου τριγώνου.

11. \*\* Η περίμετρος ενός ρόμβου είναι 84 m. Να υπολογιστούν οι διαγώνιοί του, αν γνωρίζουμε ότι η μία είναι τα  $\frac{3}{5}$  της άλλης.

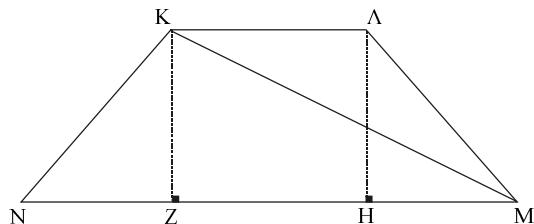
12. \*\* Στο τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  του διπλανού σχήματος  $M$  και  $N$  είναι τα μέσα των διαγωνίων του  $A\Gamma$  και  $B\Delta$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- $MN = \frac{EG}{2}$
- $B\Gamma^2 - A\Delta^2 = 4MN^2$ .



13. \*\* Στο ισοσκελές τραπέζιο  $KLMN$  να δείξετε:

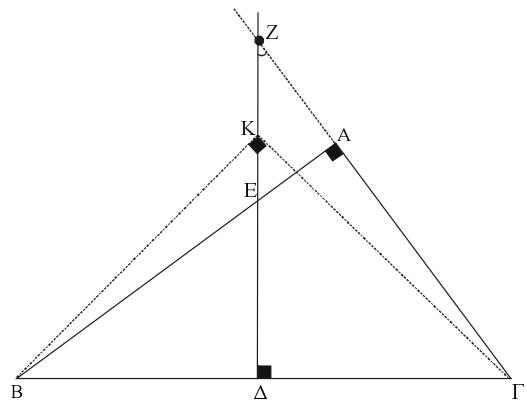
- $ZN = HM$
- $KM^2 - KN^2 = KL \cdot MN$



14. \*\* Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) η  $AB = \frac{3}{4} A\Gamma$ . Αν  $A\Delta$  είναι το ύψος του τριγώνου, να δείξετε ότι  $\Delta B = \frac{9}{16} \Delta\Gamma$ .

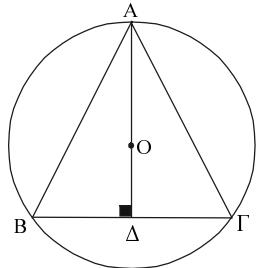
15. \*\* Έστω  $\Delta$  τυχαίο σημείο στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου  $AB\Gamma$  του διπλανού σχήματος. Η κάθετη στο  $\Delta$  τέμνει την  $AB$  στο  $E$  και την προέκτασή της  $A\Gamma$  στο  $Z$ . Αν  $K$  σημείο της  $\Delta Z$  τέτοιο ώστε

$\hat{B}K\Gamma = 90^\circ$ , να δείξετε:



- $\Delta K^2 = \Delta B \cdot \Delta\Gamma$
- $\Delta K^2 = \Delta Z \cdot \Delta E$

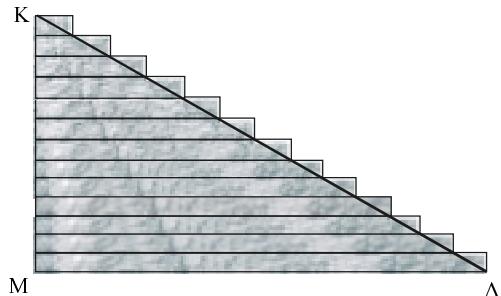
16. \*\* Σ' ένα ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  η βάση του  $B\Gamma$  και το ύψος του  $A\Delta$  έχουν το ίδιο μήκος 8 cm. Να υπολογιστεί η ακτίνα  $R$  του περιγεγραμμένου του κύκλου.



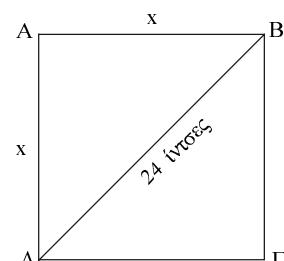
17. \*\* Σε ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ , να δείξετε ότι  $\frac{A\Gamma^2}{AB^2} = 3$ .

18. \*\* Στην προέκταση της πλευράς  $AB$  ισοσκελούς τριγώνου  $AB\Gamma$  παίρνουμε  $\Delta B = AB$ . Φέρνουμε το ύψος  $\Gamma E$ . Αν ισχύει  $AB = 4BE$ , να δείξετε ότι  $\Gamma\Delta^2 = B\Gamma^2 + \frac{3}{2} A\Gamma^2$ .

19. \*\* Να υπολογίσετε την απόσταση  $K\Lambda$  της τσιμεντένιας σκάλας, αν το πλάτος κάθε σκαλοπατιού είναι 40 cm και το ύψος του 30 cm.



20. \*\* Να υπολογίσετε (σε ίντσες) την πλευρά τετράγωνης οθόνης τηλεόρασης 24 ιντσών.



**Σημείωση:** Με την έκφραση «τηλεόραση α ιντσών» εννοούμε ότι η διαγώνιος της οθόνης είναι α ίντσες.

- 21.** \*\* Να βρείτε το είδος του τριγώνου  $ABC$  (ως προς τις γωνίες του) του οποίου οι πλευρές  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ , είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 4, 5 και 6 αντιστοίχως. Αν  $A\Delta$  είναι η προβολή της πλευράς  $\gamma$  πάνω στη  $\beta$ , να δείξετε ότι
- $$A\Delta = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{30}.$$
- 22.** \*\* Ένα τρίγωνο έχει πλευρές με μήκη  $2$ ,  $1 + \sqrt{3}$ ,  $\sqrt{6}$ . Να δείξετε ότι η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά με μήκος  $\sqrt{6}$  είναι  $60^\circ$ .
- 23.** \*\* Ενός τριγώνου  $ABC$  τα μήκη των πλευρών του είναι  $5$  cm,  $3$  cm και  $7$  cm.
- Να προσδιοριστεί το είδος του ως προς τις γωνίες του.
  - Να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία του τριγώνου που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά του.
- 24.** \*\* Στη βάση  $BG$  ισοσκελούς τριγώνου  $ABG$  με  $AB = AG = 11$  παίρνουμε σημείο  $\Delta$ , τέτοιο ώστε να είναι  $B\Delta = 3$  και  $\Delta G = 7$ . Να υπολογίσετε το  $A\Delta$ .
- 25.** \*\* Να βρείτε το είδος του τριγώνου αν έχει διαμέσους με μήκη  $3$ ,  $4$ ,  $5$ .
- 26.** \*\* Σε τρίγωνο  $ABC$  με  $AG > AB$  και ορθόκεντρο  $H$  να δείξετε ότι:
- $$H\Gamma^2 - HB^2 = AG^2 - AB^2.$$
- 27.** \*\* Αν  $\kappa$ ,  $\lambda$ ,  $\sqrt{\kappa^2 + \lambda^2 - \kappa\lambda}$  είναι τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου, να υπολογιστεί σε μοίρες η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά που έχει μήκος  $\sqrt{\kappa^2 + \lambda^2 - \kappa\lambda}$ .
- 28.** \*\* Σε τρίγωνο  $ABC$  να αποδείξετε ότι αν  $\mu_\beta < \mu_\gamma$ , τότε  $\beta > \gamma$ .

- 29.** \*\* Σε τρίγωνο  $\triangle ABC$  είναι  $\hat{A} = 120^\circ$ . Αν  $B\Delta$  είναι το ύψος του, τότε να δείξετε ότι:
- $A\Delta = \frac{\gamma}{2}$
  - $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 + \beta\gamma$
- 30.** \*\* Οι πλευρές ενός τριγώνου  $\triangle ABC$  είναι:  $AB = 3$  cm,  $BG = 5$  cm,  $AG = 7$  cm.
- Να δείξετε ότι η γωνία  $B$  είναι αμβλεία.
  - Να υπολογίσετε την προβολή  $B\Delta$  της πλευράς  $AB$  πάνω στη  $BG$ .
  - Να υπολογίσετε τη γωνία  $B$ .
- 31.** \*\* Για τις βάσεις  $AB$  και  $GD$  τραπεζίου  $ABGD$  έχουμε  $GD = 2AB$ . Να δείξετε ότι  $AG^2 + BD^2 = BG^2 + GD^2 + DA^2$ .
- 32.** \*\* Σε κύκλο  $(K, R)$  παίρνουμε σημείο  $M$  μιας χορδής  $AB$ . Να δείξετε ότι  $KM^2 + MA \cdot MB = R^2$ .
- 33.** Με εφαρμογή του θεωρήματος των διαμέσων στο ορθογώνιο τρίγωνο  $\triangle ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) να αποδείξετε ότι:  $\mu_a = \frac{\alpha}{2}$ .
- 34.** \*\* Με εφαρμογή του θεωρήματος των διαμέσων στο ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς  $a$  να αποδείξετε ότι το ύψος του ισούται  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .
- 35.** \*\* Θεωρούμε το τρίγωνο  $\triangle ABC$  και τη διάμεσό του  $AM$ . Παίρνουμε το μέσο  $L$  του  $BM$  και το μέσο  $N$  του  $MG$ . Αν είναι  $AB = \gamma$ ,  $AG = \beta$ ,  $BG = \alpha$ ,  $AL = v$  και  $AN = \lambda$ , να αποδείξετε ότι:  $\beta^2 + \gamma^2 = v^2 + \lambda^2 + \frac{3\alpha^2}{8}$ .

- 36.** \*\* Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των πλευρών ενός τετραπλεύρου είναι μεγαλύτερο ή ίσο από το άθροισμα των τετραγώνων των διαγωνίων του.
- 37.** \*\* Σε τρίγωνο  $ABC$  παίρνουμε πάνω στη βάση του  $BG$  τα σημεία  $D$  και  $E$  ώστε  $BD = DE = EG$ . Να δείξετε ότι:  $AB^2 + 2AG^2 = 3AE^2 + 6DE^2$ .
- 38.** \*\* Σε ορθογώνιο τρίγωνο ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) να δειχθεί ότι:
- $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 8\mu_\alpha^2$
  - $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$
- 39.** \*\* Αν σε τρίγωνο  $ABC$  οι διάμεσοι  $\mu_\beta$  και  $\mu_\gamma$  τέμνονται κάθετα, να δείξετε ότι:  $\beta^2 + \gamma^2 = 5\alpha^2$ .
- 40.** \*\* Το τρίγωνο  $ABC$  είναι ορθογώνιο με  $\hat{A} = 90^\circ$  και το  $G$  είναι το κέντρο βάρους του. Να αποδείξετε ότι:
- $\mu_\alpha^2 + \mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = \frac{3}{2}\alpha^2$
  - $GA^2 + GB^2 + GI^2 = \frac{2}{3}\alpha^2$
- 41.** \*\* Αν  $\mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 = 5\mu_\alpha^2$ , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο με διαμέσους  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\beta$ ,  $\mu_\gamma$  είναι ορθογώνιο.
- 42.** \*\* Αν  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  είναι διαδοχικές πλευρές του τετραπλεύρου  $ABGD$  με  $\alpha > \beta, \gamma > \delta$ , να αποδείξετε ότι η διαφορά  $(\alpha^2 + \gamma^2) - (\beta^2 + \delta^2)$  ισούται με το διπλάσιο της μιας διαγωνίου επί την προβολή της άλλης πάνω σ' αυτήν.

**43.** \*\* Για κάθε τρίγωνο  $ABC$  να αποδείξετε ότι:

$$16 (\mu_a^2 \mu_\beta^2 + \mu_\beta^2 \mu_\gamma^2 + \mu_\alpha^2 \mu_\gamma^2) = 9 (\alpha^2 \beta^2 + \beta^2 \gamma^2 + \gamma^2 \alpha^2)$$

**44.** \*\* Δίνεται το τρίγωνο  $ABC$  με  $AB = AC$ . Προεκτείνουμε την πλευρά  $BC$  κατά ευθύγραμμο τμήμα  $\Gamma D = BC$ . Να αποδείξετε ότι:  $AD^2 = AC^2 + 2BD^2$ .

**45.** \*\* Δίνεται το τρίγωνο  $ABC$  με  $AB = AC$  και τη γωνία του  $A$  αμβλεία. Να αποδείξετε ότι:  $BC^2 = 2AC \cdot AD$ , όπου  $D$  η προβολή του  $B$  πάνω στην  $AC$ .

**46.** \*\* Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). Φέρνουμε τη διάμεσο  $AM$  και προς την  $AM$  στο σημείο  $M$  κάθετη ευθεία που τέμνει την  $AC$  στο  $S$ . Να αποδείξετε ότι:  $\Sigma B^2 + \Sigma C^2 = 2 \Sigma A^2$ .

**47.** \*\* Δίνεται τρίγωνο  $ABC$  και η διάμεσός του  $AM$ . Στην προέκταση της  $BC$  παίρνουμε σημείο  $E$ , ώστε  $GE = \frac{\alpha}{2}$ . Να αποδείξετε ότι:  $AE^2 = 3\beta^2 + \gamma^2 - 3 \mu_a^2$ .

**48.** \*\* Θεωρούμε κύκλο  $(O, R)$ , μια διάμετρό του  $AB$  και τα σημεία  $G$  και  $\Delta$  της  $AB$  ώστε  $O\Gamma = O\Delta = \delta$ . Αν  $P$  είναι τυχαίο σημείο του κύκλου  $(O, R)$  και  $E, Z$  οι τομές των  $PG$  και  $P\Delta$  αντιστοίχως με τον κύκλο, να αποδείξετε ότι:

i.  $\Delta Z = \frac{R^2 - \delta^2}{\Delta P}$  και  $\Gamma E = \frac{R^2 - \delta^2}{\Gamma P}$  ( $\delta < R$ )

ii.  $\frac{\Gamma P}{\Gamma E} + \frac{\Delta P}{\Delta Z} = \text{σταθερό}$ .

**49.** \*\* Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ). Προεκτείνουμε την πλευρά  $AB$  κατά ευθύγραμμο τμήμα  $B\Delta = BC$ . Να αποδείξετε ότι:  $\Gamma\Delta^2 = 2B\Gamma \cdot A\Delta$ .

- 50.** \*\* Σε κύκλο ( $O, R$ ) είναι εγγεγραμμένο ισοσκελές τρίγωνο  $ABΓ$  ( $AB = AG$ ). Από το  $A$  φέρνουμε τυχούσα ευθεία η οποία τέμνει την  $BΓ$  στο  $\Delta$  και τον κύκλο στο  $E$ . Να δείξετε ότι:
- $AB^2 = AD \cdot AE$
  - ο κύκλος που διέρχεται από τα σημεία  $B, \Delta, E$  εφαπτεται στην  $AB$ .
- 51.** \*\* Σε κύκλο ακτίνας  $R = 15$  cm παίρνουμε σημείο  $G$  που απέχει από το κέντρο 10 cm. Μια χορδή  $AB$  διέρχεται από το  $G$  και είναι  $AG = 3GB$ . Να βρεθεί το μήκος της χορδής.
- 52.** \*\* Από σημείο  $P$  εκτός κύκλου φέρνουμε την εφαπτόμενη  $PA$  και την τέμνουσα  $PBΓ$  του κύκλου. Να δειχθεί ότι:
- Το τρίγωνο  $PAB$  είναι όμοιο με το τρίγωνο  $PΓA$ .
  - $$\frac{AB^2}{AG^2} = \frac{PB}{PΓ}$$
- 53.** \*\* Σε οξυγώνιο τρίγωνο  $ABΓ$  φέρνουμε τα ύψη  $AD, BE$  που τέμνονται στο  $H$ .
- Να δείξετε ότι το τετράπλευρο  $AEΔB$  είναι εγγράψιμο σε κύκλο.
  - Να δείξετε ότι  $AB^2 = BH \cdot BE + AH \cdot AD$ .
- 54.** \*\* Με πλευρά τη χορδή  $AB = a$  κύκλου ( $O, R$ ) κατασκευάζουμε τετράγωνο  $ABΓΔ$  που η πλευρά του  $BΓ$  δεν έχει σημείο εσωτερικό του κύκλου. Αν το εφαπτόμενο τμήμα  $ΓE$  του κύκλου είναι  $GE = 2a$ , να βρείτε το  $R$ .
- 55.** \*\* Κυρτό τετράπλευρο  $ABΓΔ$  είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Αν τα  $AB$  και  $ΓΔ$  τέμνονται στο  $P$  και  $PA = 9$  cm,  $PB = 10$  cm,  $PΓ = 15$  cm, να υπολογιστεί η πλευρά  $ΓΔ$  και η εφαπτόμενη  $PΣ$  του κύκλου.

- 56.** \*\* Δυο κύκλοι λέγονται ορθογώνιοι ή ότι τέμνονται κάθετα, όταν η γωνία των εφαπτομένων τους σ' ένα από τα σημεία τομής τους είναι ορθή. Να αποδείξετε ότι:
- Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να τέμνονται δύο κύκλοι κάθετα είναι το τετράγωνο της διακέντρου τους να είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των ακτίνων τους.
  - Αναγκαία και ικανή συνθήκη για να είναι δύο κύκλοι ( $O_1$ ,  $R_1$ ) και ( $O_2$ ,  $R_2$ ) ορθογώνιοι είναι: η δύναμη του κέντρου του  $O_1$  ως προς τον κύκλο  $O_2$  να ισούται με το τετράγωνο της ακτίνας του  $O_1$ , δηλαδή:
- $$\Delta_{(O_2, R_2)}^{O_1} = R_1^2.$$
- 57.** \*\* Θεωρούμε κύκλο ( $O$ ,  $R$ ), μια σταθερή διάμετρο του  $AB$  και μια σταθερή ευθεία  $\varepsilon \perp AB$ . Αν η ευθεία  $\varepsilon$  τέμνει τυχαία χορδή  $AG$  του κύκλου στο σημείο  $S$ , να αποδείξετε ότι:  $AS \cdot AG = \text{σταθερό}$ .
- 58.** \*\* Θεωρούμε κύκλο ( $O$ ,  $R$ ), μια διάμετρο αυτού  $AB$  και ένα σημείο  $P$  στην προέκταση της  $BA$ . Φέρνουμε την εφαπτομένη  $PG$  και την κάθετη στο  $P$  προς την  $AB$  που τέμνει τη  $BG$  στο  $\Delta$ . Να αποδείξετε ότι:
- $$PB^2 = PG^2 + BG \cdot BD.$$
- 59.** \*\* Να αποδείξετε ότι τα σημεία που ισαπέχουν απ' το κέντρο του κύκλου, έχουν την ίδια δύναμη ως προς τον κύκλο αυτό.
- 60.** \*\* Θεωρούμε κύκλο ( $O$ ,  $R$ ) και μια διάμετρο του  $AB$ . Γράφουμε μια χορδή  $GD$  του κύκλου που τέμνει την  $AB$  στο σημείο  $E$  έτσι ώστε  $A \hat{E} \Delta = 45^\circ$ . Να αποδείξετε ότι:  $AE \cdot EB + 2OZ^2 = R^2$ , όπου  $Z$  η προβολή του  $O$  στην  $GD$ .
- 61.** \*\* Δυο κύκλοι ( $O$ ,  $R$ ) και ( $O'$ ,  $R'$ ) τέμνονται στα σημεία  $A$  και  $B$ . Να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα, που γράφονται από τυχαίο σημείο της προέκτασης του  $AB$  προς τους δύο κύκλους είναι ίσα.

- 62.** \*\* Θεωρούμε τρίγωνο  $ABG$  και τον περιγεγραμμένο του κύκλο. Η διάμεσος του τριγώνου  $AM$  προεκτεινόμενη τέμνει τον κύκλο στο σημείο  $E$ .
- Να υπολογίσετε το γινόμενο  $AM \cdot ME$  συναρτήσει του  $\alpha$ .
  - Να υπολογίσετε το γινόμενο  $AM \cdot ME$  συναρτήσει των  $\beta, \gamma$  και του  $\mu_\alpha$ .
- 63.** \*\* Δίνεται κύκλος με κέντρο  $K$  και ακτίνα  $R$ . Μέσα στον κύκλο παίρνουμε σταθερό σημείο  $A$  και κατασκευάζουμε ορθογώνιο τρίγωνο  $ABG$  με υποτείνουνσα τη χορδή  $BG$ . Αν  $M$  είναι το μέσο της μεταβλητής της υποτείνουσας  $BG$  και  $\Delta$  το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος  $KA$ , να δείξετε ότι:
- $AM^2 + KM^2 = R^2$
  - $M\Delta = \text{σταθερό}$
- 64.** \*\* Επί ενός κύκλου λαμβάνουμε τα σημεία  $A, B, G$  και  $\Delta$ . Τα ευθύγραμμα τμήματα ή οι φορείς που ορίζουν τα τέσσερα αυτά σημεία τέμνονται το πολύ σε τρία σημεία. Να γράψετε όλες τις σχέσεις, που συνδέουν τις αποστάσεις των σημείων τομής από τα σημεία  $A, B, G, \Delta$ .
- 65.** \*\* Με κέντρο το σημείο τομής των διαγωνίων παραλληλογράμμου  $ABGD$  γράφουμε κύκλο τυχαίας ακτίνας. Αν  $P$  σημείο του κύκλου, να δείξετε ότι:  $PA^2 + PB^2 + PG^2 + PD^2 = \text{σταθερό}$ .

## ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΟΠΟΙ - ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

*(με τη χρήση αβαθμολόγητου χάρακα και διαβήτη)*

1. \*\* Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M που έχουν την ιδιότητα  $MA^2 + MB^2 = 50\lambda^2$ , όταν τα A και B είναι σταθερά σημεία, ώστε  $AB = 6\lambda$ , όπου λ δοσμένο ευθύγραμμο τμήμα.
2. \*\* Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M, που έχουν την ιδιότητα  $MA^2 - MB^2 = 2\lambda^2$  όταν  $AB = 2\lambda$  (A, B σταθερά).
3. \*\* Να βρεθεί σημείο P του τόξου μιας χορδής AB ώστε να είναι:  $\frac{PA}{PB} = \frac{\mu}{v}$ .
4. \*\* Να κατασκευασθεί το ευθύγραμμο τμήμα x ώστε  $x^2 = 2\alpha^2 + \beta^2$ , όταν α, β είναι δεδομένα ευθύγραμμα τμήματα.
5. \*\* Να λυθεί γεωμετρικά το σύστημα: 
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 8 \end{cases}$$
.
6. \*\* Δίνονται δύο σημεία A και B εκτός της ευθείας ε, η ευθεία ε και ο λόγος  $\frac{\mu}{v}$ . Να βρεθούν τα σημεία M της ευθείας ε, ώστε να είναι  $\frac{MA}{MB} = \frac{\mu}{v}$ .
7. \*\* Δίνονται δύο σταθερά σημεία A και B εκτός της ευθείας ε και η ευθεία ε. Να βρεθεί σημείο M της ευθείας ε, ώστε το άθροισμα  $MA^2 + MB^2$  να είναι ελάχιστο.

